

**Michael Dienst**

# Über instationäre Wirbelspuleneffekte bei Doppeldeckertragflächen

Rund Hasselwerder: Anmaßungen zum Katzmayr-Effekt

**Wissenschaftlicher Aufsatz**

# BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei [www.GRIN.com](http://www.GRIN.com) hochladen  
und kostenlos publizieren



## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

## **Impressum:**

Copyright © 2014 GRIN Verlag  
ISBN: 9783656756774

## **Dieses Buch bei GRIN:**

<https://www.grin.com/document/281710>

**Michael Dienst**

## **Über instationäre Wirbelspuleneffekte bei Doppeldeckertragflächen**

**Rund Hasselwerder: Anmaßungen zum Katzmayr-Effekt**

## **GRIN - Your knowledge has value**

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite [www.grin.com](http://www.grin.com) ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

### **Besuchen Sie uns im Internet:**

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

[http://www.twitter.com/grin\\_com](http://www.twitter.com/grin_com)

## Über instationäre Wirbelspuleneffekte bei Doppeldeckertragflächen Rund Hasselwerder: Anmaßungen zum Katzmayr-Effekt.

Mi. Dienst, Berlin im Herbst 2014.

**Prolog.** So wie wir beim Spaziergehen unbewusst Reklameschilder lesen und uns dann, manchmal erst Minuten später fragen, warum „Friseur“ neuerdings mit „ö“ geschrieben wird, oder war es Ingenieur? So oder ähnlich erlebe ich mein intuitives Denken. Das unbewusste Vervollständigen von Information, das unbewusste Herstellen meiner Realität, nein Wirklichkeit, der Wechselwirklichkeit; der physikalischen Modelle, etwa. Mir fällt dabei auf, dass meine Wechselwirklichkeit immer von kahler Natur ist. Ich will nicht sagen „einfach“, das wäre dann ja gleichzeitig genial. Nein, eher simpel, mit wenig Physik zufrieden, bescheiden. So kommt es, dass viele Dinge klar und eindeutig scheinen, obwohl sie es natürlicher Weise nicht sind und auch nicht sein können. Mein intuitives Denken bleibt dabei gefangen in den engen Grenzen seiner weit zurückliegenden Entwicklung einerseits, den guten und überwiegend nichtfragwürdigen Gewohnheiten im Alltag andererseits. Dass alles linear bleibt und stationär, ist wohl auch einem mit der Zeit liebgewonnenen, kognitiven Hedonismus geschuldet, so dass die Notwendigkeit der Erklärungssuche gelegentlich bittere Rückschläge fordert. Man bleibt eben ein schüchterner, einfältiger Mensch. Und der scheut die Enttäuschung. Manchmal für lange Zeit. Beispiel: Mich quält seit geraumer Zeit ein (mir) schlecht erklärtes physikalisches Phänomen. Damals, vor über 25 Jahren, gab es in meinem Leben eine Einrichtung die „Theorietag“ hieß. Einmal in der Woche durfte OPEN-END gearbeitet werden. Niemand erwartete mich an diesem Abend normalzeitig zu Hause, die kniffligen Fragen, die sich über die Woche hinweg im regulärem Institutsbetrieb ansammelten, konnten getrost warten und hoffnungsvoll aufgeschoben werden um dann in aller Ruhe bearbeitet zu werden. Gelegentlich ging es nicht nur theoretisch zu, wie man von einem „Theorietag“ erwarten möchte, sondern auch sehr praktisch, an unserem Windkanal etwa, auf den man als – wenn auch wissensdurstiger, ansonsten aber - gewöhnlicher, wissenschaftlicher Mitarbeiter unbürokratischen Zugriff hatte; ein in der heutigen Zeit undenkbarer Komfort. Auch hier stauten sich über die Woche kleine notleidende Messkampagnen auf, warteten mit ihren randständigen Erkenntnis-häppchen bis zum Freitagabend auf mich. Die offizielle Forschung betraf die Berliner Windkraftanlage BERWIAN<sup>1</sup>, dessen (Stator-) Flügelkranz zur Optimierung anstand. Hier wurden tagsüber zügig die projektierten Messkampagnen abgewickelt und zwar so, wie wir Wissenschaftler es seit je her am liebsten mögen: in stationären Betriebspunkten. Eine stationär arbeitende Wirbelspule und diese bildet ja den Kern des Wechselwirkungs-geschehens in einer Windkraftanlage vom BERWIAN-Typ, ist durchaus kompliziert. An der TU Berlin wurde im Fachgebiet Bionik und Evolutionstechnik von Ingo Rechenberg eine Windenergieanlage entwickelt, die das Prinzip des gespreizten Vogelflügels aufgreift und im

---

<sup>1</sup> Windkonzentrator: Berliner Windkraftanlage BERWIAN. Ein Windkonzentrator ist als Vorrichtung bekannt, mit der Wind auf die Rotorfläche eines Windgenerators gebündelt wird. Dennoch kann damit die vom Betzchen Gesetz vorgegebene Hürde, dass maximal 59 Prozent der im Wind enthaltenen translatorischen Energie in rotatorische Energie umgewandelt werden kann, nicht umgangen werden. Siehe auch: <http://de.wikipedia.org/wiki/Windkonzentrator>.

Windkanal die Erzeugung einer 2,7fachen Windgeschwindigkeit am eigentlichen Rotor ermöglichte. Damit kann die Leistungsausbeute eines in den konzentrierten und verwirbelten Luftstrom hinter einer Vielzahl zentrisch zusammenlaufender, ringförmig gruppierter, feststehender Flügel eingebrachten kleinen Rotors um den Faktor 8 gesteigert werden. Dieses Ergebnis ist relativ zur Leistungsausbeute im normalen Luftstrom zu sehen, wie sie ohne diese strömungsverstärkende Vorrichtung mit dem Rotor erzielbar wäre. Das bedeutet also, dass nicht die gesamte, um ein Vielfaches größer als der Rotor gestaltete Konstruktion als strömungsverstärkende Vorrichtung insgesamt einen achtfach höheren Wirkungsgrad hat, sondern nur der viel kleinere Rotor, und zwar relativ zur normalen Strömung ohne den Konzentrator. Folglich kann hier dennoch von einem Durchbruch in der Grundlagenforschung ausgegangen werden, auch wenn der Aufwand einer solchen Bauweise nicht rentabel erscheint. Eine so hohe Konzentration der Strömungsenergie durch passive Leitflächen war vorher nicht erreicht worden.<sup>2</sup>

Schon der stationäre Betrieb ist imposant. Spektakulär jedoch ist der „provozierte Zusammenbruch“ einer fluidmechanischen Wirbelspule. Dieser erfolgt nicht etwa durch Ungemach am Messaufbau oder schlampig angeordneter „Erzeugenden-Geometrie“, sondern durch, tja wie sollte man es nennen, Überwirkung? Steigt nämlich die Fluidgeschwindigkeit im Kern der Wirbelspule über einen bestimmten „kritischen Wert“, je nach Betriebsfall  $v_{\text{WIRBELSPULE}} > 3 \cdot v_0$ , bricht das gesamte Wirbelspulensystem in sich zusammen; die Wirbelspule „implodiert“ förmlich. Ursache ist (zum Teil) der mit der Geschwindigkeitszunahme enorm abfallende, absolute Gasdruck im Kern der induzierten Strömung (Konti- und Bernoulli-Gleichung!). Der Zusammenbruch begrenzt gleichsam den Optimierungsraum in einer gegebenen Qualitätenlandschaft ausgesuchter Betriebszustände einer Messkampagne. Bedauerlicher Weise interessierten mich damals eher die Zeiten, die die induzierte Strömung zur Wiedergenesung in den stationären Zustand benötigt (man will es eben einfach, linear und stationär haben, siehe oben) als die – aus meiner heutigen Sicht entscheidenden - Frage, wo eigentlich die aufwändig eingekoppelte Energie steckt, wenn ein so wunderbar geordnetes System, wie es eine über Auftriebstragflächen generierte fluidmechanische Wirbelspule darstellt, in einen chaotischen Zustand überwechselt und zusammenbricht. Jetzt wäre ich gerne ein Experte für Feldtheorie vom nichtlinearem Typ. Bin ich aber nicht.

Sprich man mit Fachleuten, winken diese ab: „... zwischen dem magnetischen Feld und dem Strömungsfeld einer realen Strömung gibt es (mindestens) einen wesentlichen Unterschied: Im Bereich ohne induzierende Leiter ist die Rotation von  $B$  null, d.h., das magnetische Feld ist außerhalb von Festkörpern wirbelfrei. Wenn Sie aber gerade solche Wirbel im Fluid untersuchen wollen...

*Es gibt eine weitere Analogie, nämlich für Potentialströmungen und die Lösung der Laplace-Gleichung. Aber auch hier sind wir wieder im wirbelfreien Bereich.*

*Ich sehe also nicht die wesentliche Analogie zur Berechnung von Fluidwirbeln, erst recht nicht, wenn es um Strömungsabriss geht, der ist vollständig nichtlinear“.*

Und man bleibt beratungsrenitent. Einem Nicht-Feldtheoretiker hätte der freundliche Hinweis ausreichend Anlass bieten sollen, von diesem Thema hinreichend großen Abstand zu halten; wie etwa zu einem bösen, unberechenbaren Tier!

---

<sup>2</sup> <http://www.bionik.tu-berlin.de/institut/skript/bibu4.pdf>

**Rund Hasselwerder.** Im Zusammenhang mit nicht stationären Strömungsszenarien wird gelegentlich der in den 20er Jahren des vergangenen Jahrhunderts in Wien postulierte "Katzmayer-Effekt" zitiert, der für eine in seiner Richtung periodisch wechselnden Strömungsbeaufschlagung an Flugzeugtragflächen das Auftauchen "negativer! Widerstände" verspricht. Um über dieses Thema zu diskutieren, habe ich unseren Freund DrH eingeladen. Wir kennen uns seit ewigen Zeiten und sind uns wohlgesonnen; auch wenn es nicht immer so klingen mag. Wir befinden uns an Bord der Segelyacht SÖVIND, die gerade in einer sehr dünnen Briesse aus Südwest ihren kleinen Hafen am Tegeler See in Berlin verlässt. HHD steuert ihren Langkieler, so dass DrH und ich mit allerlei Papieren auf den Knien plaudern und den Herbstausflug gestikulierend beginnen.

DrH: In Deiner mail schreibst Du mir, dass Du Dich mal wieder mit „Deinen Wirbelspulen“ beschäftigst. Ich dachte, daran hättest du Dich jetzt reichlich abgearbeitet?

MiD: Nicht an den Nichtstationären; das ist ein Unterschied. Und nicht an Yachtkielen.

DrH: An Yachtkielen? Warum habe ich bei Dir immer das Gefühl, dass wir uns über Sachen unterhalten, von denen Du nichts verstehst, oder ich nichts verstehe oder in einem ungünstigen, leider häufigen Fall, wir beide nichts verstehen?

MiD: Jemand muss ja darüber sprechen. Außerdem gab es Vorkommnisse. Der Katzmayer.

DrH: Der Katzmayer? Mein Gott!

HHD: Kein Streit bitte. Mein Schiff. Dein Heterotop, ja? Dein Andersort (lacht). Du musst wissen, er bezeichnet dieses Boot als seinen so genannten „straffreien Raum“.

DrH: Beim Thema Katzmayer ist das bestimmt eine gute Idee. Micha, lass ihn ruhen. Der Katzmayer ist tot. Und den Katzmayer-Effekt wollen wir auch nicht lebendig haben.

MiD: Du selbst hast ...

DrH: Ja, doch. Jugendsünden.

MiD: Immerhin weißt Du, worum es geht.

Ein Schwanenpärchen saust im Tiefflug auf uns zu. Kurz vor dem Boot teilt sich ihre Flugbahn; wir hören den Flügelschlag, so still ist es. Inzwischen haben wir die Schiffsanleger passiert und kommen aus der Abdeckung der kleinen Insel Hasselwerder heraus. Wir nehmen eine Bö mit und gewinnen ein wenig Höhe. Genug Fahrt für eine halbwegs elegante Wende. Zwei Väter mit Kinderwagen blinzeln am Ufer in die Nachmittagssonne. Ansonsten ist die Greenwich-Promenade verwaist an diesem wunderschönen Wochentag. Heide nimmt den Fuß von den losen Blättern.

HHD: Dein Wissen ist gerettet. (Schiebt mir die Blätter unter den Sitz. Steuert).

DrH: Wir sind jetzt gerade mal einen Schlag gefahren und schon haben wir einen ganzen Strauß losere Enden. Ich fasse mal zusammen: Den Katzmayer meinetwegen, die Wirbelspulen, die Tragflächen, die Yachtkiele?, ..

MiD: Und den Knoller<sup>3</sup>.

DrH: Und den Knoller. Wer ist das?

MiD: Das ist der Chef vom Katzmayer. Und da sind wir auch bei den Vorkommnissen.

DrH: Ah, ich glaube, ich habe den Namen schon einmal gehört. Der berühmte Wiener Windkanal. Aber: der Knoller dürfte nicht weniger tot sein als es der Katzmayer ist. Welche aktuellen Vorkommnisse also?

MiD: Der Reihe nach.

---

<sup>3</sup> Richard Knoller (\* 25. April 1869 in Wien; † 4. März 1926 ebenda) war ein österreichischer Flugtechniker.

Richard Knoller studiert an der Technischen Hochschule in Wien und schließt sein Maschinenbaustudium 1893 mit Auszeichnung ab. Er arbeitet in unterschiedlichen Maschinenfabriken auch außerhalb Österreichs und widmet sich dem Automobilbau. Mit L. Goebel gründet er eine Fahrzeugfabrik. Schon während seiner Zeit als Ingenieur beginnt er mit theoretischen Arbeiten und ersten Publikationen. Im Jahr 1899 ist er der offizielle Repräsentant Österreichs beim *International commercial congress* in Philadelphia. Ein Jahr später erhält er bei der Pariser Weltausstellung für eine Ventilsteuerung die Goldmedaille. Ferner entwickelt er einen Dampfwagen mit einer Vierradbremse, die mit Ausgleichsrichtung gleichmäßig auf alle Räder wirkt. Seine wissenschaftliche Arbeit beginnt er als Assistent an der TU Wien 1895. Knoller beschäftigt sich mit der zu dieser Zeit auch in Österreich aufkommender Flugzeugtechnik. Es entstehen Schriften über den Strömungswiderstand und zur Flugstabilität. Ab 1909 ist er außerordentlicher Professor am neu errichteten Lehrstuhl für Luftschiffahrt und Automobilwesen der TU Wien. Er beginnt einen Windkanal nach Göttinger Bauart<sup>4</sup> zu bauen aber mit senkrechter Luftführung. Sämtliche Einrichtungen und Geräte des Kanals werden von Knoller selbst entworfen. In den Kriegsjahren arbeitet er als Flugzeugkonstrukteur und kümmert sich zunächst um die Weiterentwicklung deutscher Baumuster. Die Tragflügel der Flugzeuge nach Knollers Bauart sind technisch dem Entwicklungsstand ihrer Zeit weit voraus, denn sie sind so konstruiert, dass sie ohne Querverspannung auskommen, jedoch bekommt die von Knoller umgebaute Albatros B.I.<sup>5</sup> keine technische Zulassung, weil man um die mechanische Stabilität der Knoller'schen Konstruktion fürchtet. Nach dem Ersten Weltkrieg musste der Windkanal zerstört werden. 1919 wird Knoller ordentlicher Professor an der TU Wien.

DrH: Du gehörst wirklich zu den ganz wenigen Menschen die ich kenne, die keine Skrupel haben, sogar Fußnoten aus Wikipedia zu zitieren. Das ist uncool.

MiD: Lieben Dank.

DrH: Wo sind denn nun Deine Vorkommnisse?

MiD: Na, in der Fußnote! (guckt übertrieben unschuldig)

HHD: D-D, Doppel-D. (alle singen, machen zweideutige Handbewegungen, lachen)

Inzwischen ist der See zu Ende. Heide fährt so eine Art Kuhwende<sup>6</sup> mit ein wenig Hals im Abgang; wir drücken das Großsegel heraus zu einem raumigen Kurs. Rauchpause. Hinter dem Knistern der Uferbäume ist nun das monotone Rauschen des Feierabendverkehrs vernehmbar. Es sind kaum noch Schiffe auf dem See, die Stimmung ist gut. Wir schiften. Direkt vor dem Wind zieht der Zigarettenrauch in grauen, stabilen Fäden mit dem seichten Luftzug stromabwärts um, wie in Zeitlupe, unter dem Segel aus meinem Blickfeld zu verschwinden; das inertielle, Lagrange'sche System. Mein eigener Windkanal.

---

<sup>4</sup> The Eiffel-type wind tunnel (Göttingen type) had an open test section with the airstream being directed from the center top towards the base of the building. The return flow was guided through the four corners of the building and propelled by four engines placed at the entrance of each return-flow channel in the basement. Each of them provided a power of 7.5 hp which enabled a maximum velocity of 90 km/h in the test section with a cross sectional area of 2.4m<sup>2</sup>; The particular construction of the wind tunnel allowed an easy access from all sides to the models mounted in the test section.

<sup>5</sup> Die Albatros B.I war ein deutsches Militärflugzeug. Es wurde als Aufklärer entworfen und bis 1915 auch als solcher bei den Luftstreitkräften geflogen. Das Muster wurde 1913 vom Albatros-Chefkonstrukteur Grohmann als DD-1 (Doppeldecker 1) entworfen, die interne Werksbezeichnung lautete L-1. Bei Ausbruch des ersten Weltkrieges wurde ein militärisches Bezeichnungssystem eingeführt, und das Muster hieß nunmehr Albatros B.I. Die Phoenix Flugzeugwerke bauten das Flugzeug in Lizenz für Österreich-Ungarn.

<sup>6</sup> Gemeint ist eine Q-Wende, die nach einer 270° Drehung in den Wind auf einen raumischen Kurs führt.

Nach dem Krieg wendet sich Knoller wieder der Lehrtätigkeit an der TU Wien und der Weiterentwicklung aerodynamischer Theorien zu. Seine bedeutendste Untersuchung ist die theoretische Erklärung des so genannten „negativen Widerstandes“ von Tragflächen.

DrH: Negativer Widerstand! Es gibt da eine Formierung von Prandtl ...

HHD: Ok, der negative Widerstand. Mein Stichwort. Auf dem Steg vorhin haben wir heimlich ausgemacht, dass ich jetzt frage: Ringelnatz, was'n das für'n Tier? (grinst).

MiD: Nein, nicht Ringelnatz, Katzmayer, Katzmayer, Kaaaazmaaayrrr (wienerisch, irgendwie). Ich hatte das Papier von Prandtl kürzlich in den Händen. Es geht um die tragenden Linien bei Mehrdeckern und um Widerstandsanteile. Katzmayer will das Gegenteil von Widerstand gemessen haben. Würden wir das nicht „Schub“ nennen?

DrH: Er bleibt uns nicht erspart, was? (fischt einen Zettel unter seinem Fuß hervor).

Knoller, später auch Betz<sup>7</sup> in Göttingen, weisen in ihren Veröffentlichungen darauf hin, dass man sich den scheinbar mühelosen Segelflug der Vögel ohne Aufwind, durch eine permanent wechselnde Anströmrichtung der beaufschlagenden Luft am Flügel erklären könne [W-1][Bet-12][Knol-09][Knol-13]. Die theoretischen Arbeiten zum "negativen Widerstand" liegen schon ein paar Jahre zurück, als Knoller 1913 in Wien den Windkanal in Betrieb nimmt, der im Gegensatz zu den waagrecht angeordneten Windkanälen in Göttingen und jenem der Forschungsanstalt Prof. Junkers<sup>8</sup> in Dessau von senkrechter Bauart ist.

Experimentell nachgewiesen wird der Effekt des "negativen Widerstands", der vor allem für das Flugwesen, insbesondere das Segelfliegen bedeutsam erscheint, durch den Nachfolger Knollers am Lehrstuhl für Luftschiffahrt und Automobilwesen an der TU Wien, dem Flugtechniker Richard Katzmayer<sup>9</sup>.

Was ist nun die Kernaussage des Knoller-Betz-Effekts? Ein aeromechanisch wirksamer Tragflügel sei in Bewegung. In einem körperfesten Koordinatensystem, der lagrange'schen Sichtweise, stellt sich der stationäre Betrieb des Fugsystems als ein (horizontal, vertikal und axialer) Zustand dar, in dem weder Roll-, Gier- oder Kippbewegungen auftauchen und Gravitation, Auftrieb, Widerstand und antreibende Kraft gerade ein Gleichgewicht bilden. Nun soll, ohne dass zunächst nach den Ursachen gefragt wird, die Anströmrichtung um einen kleinen Betrag variieren. In einem raumfesten Koordinatensystem, der euler'schen Sichtweise, erhält das bislang im Gleichgewicht befindliche Kräftesystem eine in Richtung der Vorwärtsbewegung liegende (axiale) Komponente, die 1. entlang der Wirklinie der Widerstandskomponente auftritt, 2. als Schub verstanden werden kann und damit 3. das Gesamtflugsystem vorantreibt.

---

<sup>7</sup> Albert Betz (\* 25. Dezember 1885 in Schweinfurt; † 16. April 1968 in Göttingen), deutscher Physiker und Pionier der Windenergie-technik, arbeitete ab 1911 als Strömungsforscher in der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen; ab 1926 Professor in Göttingen, 1936 bis 1956 als Nachfolger von Ludwig Prandtl; Leiter der Versuchsanstalt.

<sup>8</sup> Hugo Junkers (\* 3. Februar 1859 in Rheydt; † 3. Februar 1935 in Gauting), deutscher Ingenieur und Unternehmer, gründete 1895 in Dessau die Firma Junkers & Co und war bis 1932 Eigentümer der Junkers Motorenbau GmbH und Junkers Flugzeugwerk AG. 1915 Gründung der *Forschungsanstalt Prof. Junkers* in Dessau. Als Forscher und Ingenieur grundlegende Erkenntnisse im Flugzeugbau.

<sup>9</sup> Richard Katzmayer, (\* 3. November 1884 in Wien; † 12. April 1945 in Wien (Selbstmord)), österreichischer Flugtechniker. Assistent von Professor Knoller, später Nachfolger im Amt und Professor am Lehrstuhl für Luftschiffahrt und Automobilwesen an der TU Wien.

Für die Experimente, die der Mitarbeiter Knollers und spätere Nachfolger Richard Katzmayr durchführte, wird der Windkanal aufwändig umgerüstet. Bewegliche Ableitbleche in der Art einer Jalousie sorgen nun dafür, dass die aus dem Windtunnel austretende Strömung "abgelenkt" dem Messbereich, in dem sich ein Tragflügelsegment befindet, zugeführt werden kann. Der Tragflügel liefert tatsächlich den vorausgesagten Vortrieb und damit die Bestätigung der theoretischen Voraussagen von Knoller und Betz. Katzmayr veröffentlicht seine Messergebnisse [Katz-22]. Er schreibt in einem Fortschrittsbericht des National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Massachusetts Institute of Technology:

*"Both from theoretical considerations and the observation of bird flight, we have learned that soaring flight is possible only when an airfoil can draw energy from the surrounding air; also, that this can be best accomplished in gusty weather. The correctness of the \_above statement was, moreover, verified by the Rhone soaring flights of man- carrying, engineless airplanes in the autumn of 1921. Only qualitative tests had hitherto been made on the effect of periodic changes of the angle of attack of resisting bodies. These experiments also confirm the claim to a considerable reduction in the drag with only a slight influence on the lift".*

*(und weiter unten..): "The experiments were performed with the Göttingen wing section G185. Its dimensions were 720 x 120 mm. It was subjected to three wind pressures  $p = 5, 10$  and 20 mm of water and also to three different oscillation speeds of the model (20, 30, and 50 complete oscillations per minute) at different oscillation angles  $b$ . The latter were set at  $\pm 9^\circ, \pm 12^\circ$  and  $\pm 15^\circ$ , while the mean angle of attack  $a$  was given the values  $-6^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 3^\circ$  and  $6^\circ$ ." (und weiter unten..): "The results ..] [.. show, in both cases, change for the worse in the aerodynamic constants of the airfoil, in comparison with those for a motionless model in a uniformly flowing air stream. The change for the worse is greater for a larger number of oscillations per minute. In both cases, there is a marked increase in the drag, while the lift is only slightly diminished. The airfoil G413 was also tried under like conditions, the number of oscillations per minute being: 30 and 37.5".*

*(und weiter unten..): "The experiments are still far from being finished. At first no stability investigations were undertaken and the experimental methods are yet to be improved. It is however already established that the effect of flowing air, whose direction is undergoing constant periodical changes, is extraordinarily favorable on airfoils. The results show further that wing sections which exhibit favorable characteristics in a constant air flow, work still better in an oscillating current, and also that wing sections with high resistances are better in practice. Periodic oscillations, or parallel motions of the wings in uniformly flowing or even in an oscillating air stream, always considerably impair the aerodynamic properties".<sup>10</sup>*

In der englischsprachigen Welt etwa am Massachusetts Institute of Technology (MIT) und dem National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) wird in den frühen Jahren des 20ten Jahrhunderts die Forschung an den Laboratorien in Europa mit größter Aufmerksamkeit verfolgt. Eigene Experimente und theoretische Untersuchungen zum Katzmayr-Effekt werden durchgeführt. In einer unmittelbar auf die Veröffentlichung Katzmayr's angestoßenen Studie werden Evaluationsuntersuchungen für theoretisch ideale Strömung durchgeführt [Ober-25]. Shatswall Ober<sup>11</sup> vom National Advisory Committee for Aeronautics kommt zu dem (vorsichtigen) Schluss, dass eine gewisse Unsicherheit im Wiener

---

<sup>10</sup> Translated by National Advisory Committee for Aeronautics.

<sup>11</sup> National Advisory Committee for Aeronautics, Massachusetts Institute of Technology, Technical notes No. 214 (1925)

Messaufbau nicht auszuschließen sei, das von Katzmayer deklarierte Phänomen aber nicht gänzlich ausgeschlossen werden kann, insbesondere wenn dynamische Effekte in die Betrachtung eingeschlossen werden. Ober schreibt:

*"That report confirms Katzmayer's results, yet contains no explanation or reason why an oscillating wind should reduce the airfoil drag. The purpose of this note is to offer a simple explanation of the cause of the Katzmayer effect." ( und weiter unten..)*

*"By the mathematical analysis it appears that the reduction in drag coefficient should vary as the square of the amplitude of oscillation. A small natural oscillation of direction of the wind stream would have exactly the same effect as an artificial produced oscillation. It is certainly not inconceivable that there may be an oscillation in wind direction of  $1/2^\circ$  at some wind speed in almost any type of tunnel."*

DrH: Gut. Das können wir ja alles in Deinen Papieren lesen, oder direkt bei Wik..

MiD: .. das ist boshaft.

DrH: Auf jeden Fall bringt uns das nicht weiter.

MiD: Doch. Bis jetzt habe ich darauf verzichtet, den Katzmayer-Effekt als nichtstationäre Zustandsänderungen an einem Flugsystem zu erklären. Ein Geschwindigkeitsgradient, eine gegebenenfalls plötzliche Änderung der Strömungsgeschwindigkeit, eine Böe, wird vom Tragflügel als eine Richtungsänderung der Strömung wahrgenommen.

DrH: Du meinst vom Piloten, der in seinem Lagrange'schen Koordinatensystem unterwegs ist?

MiD: Ja, vom Piloten aus gesehen. Besser aber und eher sinnfälliger lässt sich eine Richtungsänderung der Strömung in einem Euler'schen Koordinatensystem darstellen. Ich betrachte eine Böe vom Boden aus.

DrH: Gut, und: Was sagst Du dazu, dass je nach Intensität der Änderung der Strömungsgeschwindigkeit der relevante Reynoldszahlenbereich um eine Dekade variieren kann? Das führt auch zu spürbaren Erträgen an Lift.

MiD: Genau. Der Pilot registriert das Einfallen einer Böe als einen kleinen Versatz des Flugsystems und setzt dies regelnd in Geschwindigkeitszuwachs um. Dies könnte, laienhaft betrachtet und aus der Lagrange'schen Perspektive, also "im" Flugsystem, wie ein zusätzlicher Schub empfunden werden. Also, nur wenn der Pilot darauf reagiert. Als Segler kann man den Gewinn an Höhe in Fahrt umsetzen, wenn man das Boot ohne Verzug abfallen lässt.

HHD: So, etwa.

Sie fährt genau dieses Manöver; ein Manöver das man ohne Böe und bei wenig Wind nicht so deutlich ausführen kann. Nach dem Anluven lässt sie die SÖVIND die Höhe ablaufen; Und ja, ein gewisser Geschwindigkeitsgewinn wird spürbar. Das Problem dabei – und alle drei wissen es natürlich – ist, dass dann der Skipper ein Manöver fährt, also eine Absicht verfolgt. Meistens handelt er oder sie intuitiv, aber es ist Kognition erforderlich, ein regelnder Eingriff. Von einem Effekt sollte man aber erwarten, dass er einfach nur stattfindet, sich aus sich heraus ereignet. Und: Leider erfahren wir von Katzmayer nicht, wie intensiv dieser Effekt ist. Ein kleines Ruckeln? Eine plötzliche Beschleunigung? Ein Wackeln der Flügel? Wir wissen es nicht.

DrH: Ein "Widerstand" mit negativem Vorzeichen?

MiD: Hmm.

DrH: Wie war das mit den nichtstationären Zustandsänderungen an einem Flugsystem?

MiD: Warte. Hier auf unseren Spickzetteln, in langer Rede und überhaupt bei jedem Streit um den Katzmayer-Defekt, bisher also sind wir, bist du, bin ich davon ausgegangen, dass Katzmayer keine Fehler gemacht hat.

DrH: Doch, doch, aber selbst Oberst, Obers, wie auch immer – der von der NACA - rupft ihn nicht, unseren kleinen, frechen Katzmayer, nimmt ihn nicht auseinander, sondern spricht von Messungenauigkeit. Aber ich meine wohl zwischen den Zeilen zu lesen, dass Ober dem Österreicher nicht so ganz traut. Immerhin haben die Ösis kurz zuvor einen Krieg verloren.

MiD: Nein, ich meine nicht die Messfehler.

DrH: Aha!

MiD: Stell Dir vor: Knoller, das Vorbild, der Große Chef, den es zu beerben gilt. Erfolgreich im Business, sattelfest in der Theorie. Schreibt und schreibt. Redet und redet. Forscht und forscht. Für Katzmayer ist er ein Gott. Und natürlich will ein braver Katzmayer jetzt alles richtig machen. Er baut den Windkanal um. Lässt den Flügel wackeln ..

DrH: .. schon das ist irgendwie ein Fehler, aber ..

MiD: .. führt seine Messungen durch, im Rahmen seiner technischen Möglichkeiten; das vielleicht sogar irgendwie recht genau.. aber..

DrH: .. nun mach, nun komm schon.

MiD: Weißt Du eigentlich, was sie zur gleichen Zeit in Göttingen machen? Der Betz, der Prandtl<sup>12</sup> und auch der Munk<sup>13</sup>!

DrH: Der Munk, soso. Der Munk?

MiD: .. sie rechnen den endlichen Flügel.

DrH: .. ja, doch ..

MiD: .. sie rechnen den endlichen Doppeldecker!

Für einen kurzen Moment herrscht absolute Stille auf dem Boot. Alle starren mich an.

DrH: Verdammt. Du hast recht. Kollers Phönix B.I. war ja ein Doppeldecker!

MiD: ... aber Katzmayers Flügel war nur eine Scheibe. A Wing-Section!

DrH: Halt. Katzmayer war gar kein Flieger?

MiD: Doch, nein, ich weiß es nicht. Auf jeden Fall besteht für Knoller die Flugzeugwelt, der praktische Erfahrungshorizont aus Doppeldeckern. Als Katzmayer Jahre später den Effekt im Windkanal nachstellt, hat sich die Situation schon wesentlich verändert. Vielleicht hat er die Unterschiede zwischen Eindecker, Mehrdecker und seinem Windkanal-Versuchsaufbau mit einem Tragflügelsegment nicht gesehen, die Nicht-Zusammenhänge schier unterschätzt? In Göttingen zur gleichen Zeit scheint man den Braten jedoch zu riechen. Prandtl beispielsweise zeigt, dass sich die Tragflächen in Doppeldeckerkonfiguration gegenseitig beeinflussen. Er weiß aus Experimenten, dass die äußere Tragfläche – also im Normalflugbild oben – früher ablöst. Auch wird die Potentialtheorie weiter und weiter verfeinert. Prandtl hat sich intensiv mit der Berechnung, ja mit der Simulation der rezenten Flugzeuge, also mit Doppeldeckern,

---

<sup>12</sup> Ludwig Prandtl (\* 4. 2. 1875 in Freising; † 15. 8. 1953 in Göttingen) war Physiker und lieferte bedeutende Beiträge zum grundlegenden Verständnis der Strömungsmechanik Prandtl entwickelte die Grenzschichttheorie.

<sup>13</sup> Max Michael Munk (\* 22. 10. 1890 in Hamburg<sup>[1]</sup>; † 1986) war ein deutsch-amerikanischer Aeronautiker.

beschäftigt; beispielsweise das Traglinienverfahren auf Doppeldecker angewendet.  
Im Windkanal dann ...

DrH: Genau so macht es dann der Katzmayr. Er hat den „unendlichen“ Flügel gemessen.  
Klar, würden wir ja auch so machen.

MiD: Haben wir so gemacht!

Mit den Mitteln der stationären Strömungsanalyse, zumal einer potentialtheoretischen Betrachtung ist der Katzmayr-Effekt nicht darstellbar. Transiente Berechnungen oder experimentelle Untersuchungen an und in nichtstationären Messstrecken[Hans-07] könnten (vielleicht) die entscheidenden Effekte darstellen. Gleichzeitig wissen wir, dass Geschwindigkeitsgradienten der Strömung, die nicht absolut exakt auf der Achse der Hauptbewegungsrichtung eines Flugsystems oder nicht exakt auf der horizontalen Achse (kartesische Koordinaten) des Polarendiagramms eines Tragflügelsektors (Profil mit Auftriebs-beiwert  $Ca=0!$ ) liegen, so genannte Inversionen und Geschwindigkeitsänderungen in einer Scherschicht sind, die als Richtungsänderung der Strömung wahrnehmbar sind, und sehr energiereich sein können. Dies hat spürbare Wirkungen auf das Auftriebs- und Widerstandsgebaren der Strömungssysteme [Die13-2].

DrH: Immerhin bist Du gut vorbereitet. In der Tat ist der Doppeldeckerflügel ein potentieller Wirbelspulengenerator. Habe ich da in dem Stapel Papier nicht gerade etwas Bedeutsames über Deine Wirbelspule wegfliegen sehen?

Er braucht das Papier nicht zu lesen, kennt die Argumentation der Wirbelspulenphänomenologie und würde diesen Abschnitt des Aufsatzes getrost überspringen. Der geneigte Leser aber kennt sie vielleicht nicht so gut. Für ihn und für mein eigenes Gedächtnis fasse ich hier kurz die Phänomenologie der Wirbelspule zusammen:

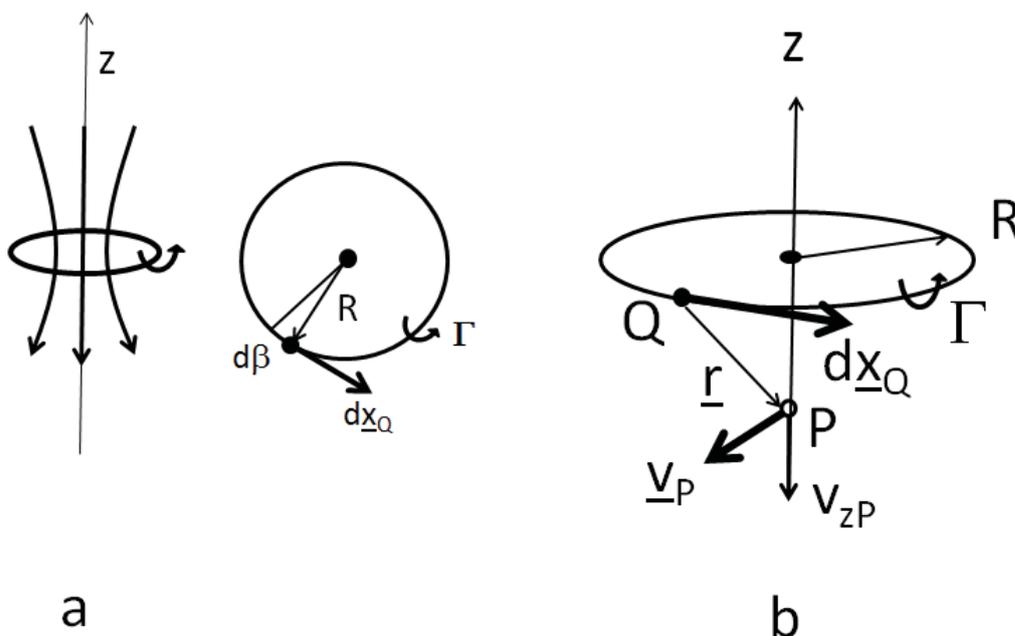
**Wirbelspulen-phänomenologie.** Der gleichförmig angeströmte, profilierte Tragflügel endlicher Spannweite besitzt eine elliptisch über den (Auftrieb erzeugenden Tragflügel-) Körper verteilte Auftriebskraft: diese hängt nach dem Satz von Kutta-Joukowski<sup>14</sup> alleine von der Zirkulation ab. Überlagern sich an einem Strömungskörper (bei einer zweidimensionalen Modellvorstellung in der Profilebene des Strömungskörpers) ein translatorisches und rotatorisches Strömungsfeld, kommt es infolge der Zirkulation um diesen Körper zu Verzögerung der Strömung auf der einen und zu einer Beschleunigung der Strömung auf der anderen Seite. Die Zirkulation beschreibt das Maß einer sich um ein Profil drehenden Strömung. Nach der Bernoullischen Gleichung führt die Beschleunigung auf der Tragflügeloberseite zu einer Druckminderung, die Verzögerung an der Tragflügelunterseite zu einer Druckerhöhung. Im Falle des Tragflügels wird die Superposition der Effekte als Auftriebskraft spürbar. Der Druckgradient am Tragflügelende generiert eine Umströmung

---

<sup>14</sup> Martin Wilhelm Kutta (\* 3. November 1867 in Pitschen, Oberschlesien; † 25. Dezember 1944 in Fürstenfeldbruck) war ein deutscher Mathematiker. Nikolai Jegorowitsch Schukowski (russisch: Николай Егорович Жуковский, wiss. Transliteration *Nikolaj Egorovič Žukovskij*, häufig als *Joukowski* transkribiert; \* 5. Januar<sup>jul.</sup> / 17. Januar 1847<sup>greg.</sup> in Orechowo, Gouvernement Wladimir; † 17. März 1921 in Moskau) war ein russischer Mathematiker, Aerodynamiker und Hydrodynamiker. Er gilt als Vater der russischen Luftfahrt.

der Tragflächenkante. Im Nachlauf der Kantenumströmung bildet sich nun ein kompakter Wirbel aus, der in der Literatur als „durch den Druckgradienten induzierter Randwirbel“ beschrieben wird. Der induzierte Randwirbel bindet einen erheblichen Anteil der zur Erzeugung der Auftriebskräfte des Systems aufgebrachtener Energie.

Der Wirbelzopf (Wirbelfaden) im Nachlauf einer Auftrieb erzeugenden Tragfläche ist sehr stabil. Jeder durch das Auftriebsgebaren einer Tragflügelfläche generierte Wirbelfaden besitzt eine homogene Geschwindigkeitsverteilung und ist in seinem Querschnitt kompakt. Der induzierte Randwirbel bindet einen erheblichen Anteil der zur Erzeugung der Auftriebskräfte des Systems aufgebrachtener Energie. Der Wirbelzopf im Nachlauf einer Auftrieb erzeugenden Tragfläche ist sehr stabil. In Strömungsuntersuchungen am Windkanal aber auch durch numerische Strömungssimulationsrechnungen kann das Umströmungsgebaren an den Enden Auftrieb erzeugender Strömungskörper sichtbar gemacht werden. Jeder durch das Auftriebsgebaren einer Tragflügelfläche induzierte Wirbelzopf ist idealerweise hinsichtlich seiner Geschwindigkeitsverteilung in seinem Querschnitt kompakt und bildet ein graduelles rotatorisches Fernfeld aus.



Figur 1 a: Schematische Darstellung des Wirbelspuleneffektes an einem idealen Ringwirbelfaden und Figur 1 b: Vereinfachende Annahmen zur induzierten Strömungsgeschwindigkeit in der Symmetrieachse.

Existieren zwei oder mehr kompakte Wirbelzöpfe gleicher Drehrichtung und ähnlicher, in einem günstigen Fall, gleicher Intensität, beginnen die Wirbelzöpfe im Nachlauf ihres Entstehungsortes um ein gemeinsames Zentrum zu rotieren. Ein schraubenartiges Wirbelspulengebilde entsteht. Eine Doppeldeckertragfläche stellt genau solch ein

Wirbelspulen erzeugendes System dar. Während die Wirbelzöpfe auf dem Mantel der Wirbelspule stromabwärts um eine gemeinsame zentrale Achse rotieren, bildet sich innerhalb der Wirbelspule entlang des zentralen (gedachten) Stromfadens eine beschleunigte Strömung aus, die nach außen durch den Wirbelmantel begrenzt und geführt wird und in ihrem inneren Strömungsprofil rotorfrei ist.

Leider stehen Messtechnische Untersuchungen oder numerischen Simulationen fluidmechanisch wirksamer Doppeldeckertragflächen derzeit nicht auf der Tagesordnung der Forschungseinrichtungen, obwohl für eine intensive Untersuchung durch Auftriebsgebaren generierter Wirbelspulenstrukturen die Tatsache spricht, dass Wirbel generell eine fluidmechanische Struktur darstellen, die Energie in hoher Effizienz wandelt. Dies wird gerade beim Querkraftbedingten Randwirbel auf dramatische Weise deutlich. Ist uns in der konventionellen Fluidmechanik und offenbar ganz besonders in der anwendungsorientierten Aeromechanik der durch Randwirbel generierte Verlust an mühsam aufgebrachtener Antriebsleistung gewahr - der induzierte Widerstand nimmt bis zu zweidrittel des Gesamtwiderstands an – wird gerade deshalb offensichtlich, welches grandiose Konzept fluidmechanischer Energiewandlung wir uns gegenübersehen. Die Wirbelfadenspirale wird nun in unserer Betrachtung von einem Doppelflügelssystem generiert und im „Nachfeld“ der Tragflächen platziert. In einer vereinfachenden Betrachtungsweise, erfolgt die Induktion von Geschwindigkeitsbeiträgen nun parallel der Hauptsymmetrieachse dieser Wirbelfadenspirale. Ebenfalls aus Symmetriegründen verschwinden die nicht in Richtung dieser Achse liegenden Komponenten des induzierten Geschwindigkeitsbeitrags. Dies ist vereinfacht die Kernaussage der strömungsmechanischen Wirbelspulenphänomenologie.

Kommen wir nun auf die Induktionswirkung eines Wirbelfadenelements zu sprechen. Für den nichttransienten Fall wird der Zusammenhang der Geschwindigkeit  $\underline{v}$  in einem Aufpunkt P, also  $v(x_P)$  des Geschwindigkeitsfeldes mit der Wirbelstärke  $\underline{\Omega}(x_Q)$  in allen Quellpunkten eines Strömungsfeldes, dargestellt in der in der schematischen Skizze, wird ein Wirbelröhrenelement auf seine Induktionswirkung auf das Strömungsfeld untersucht. Gesucht ist die in der Achse des Ringwirbels induzierte Geschwindigkeit. Das Fluid sei inkompressibel und das Wirbelröhrenelement habe die Länge  $d\underline{x}$ , den Querschnitt  $d\underline{A}$  und das Volumen  $d\underline{V} = d\underline{A} \cdot d\underline{x}$ . Die Länge  $d\underline{x}$  und der Querschnitt  $d\underline{A}$  sollen parallel zur Wirbelstärke  $\underline{\Omega}$  im Quellpunkt Q der Strömung sein. Ein Ringwirbelfaden habe eine konstante Zirkulation  $\Gamma$ . Auf der Achse des Ringwirbels ist aus Symmetriegründen nur die Z-Komponente der Vektors  $\{v_{xP}, v_{yP}, v_{zP}\}$  der induzierten Geschwindigkeit  $\underline{v}$  ungleich Null. Die von einem Wirbelfadenelement an einem beliebigen Aufpunkt im Strömungsfeld induzierte Geschwindigkeit  $\underline{v}$  ist proportional der Wirbelstärke  $\underline{\Omega}$  und dem Volumen des Wirbelfadenelements also die Änderung der induzierten Geschwindigkeit:

$$d\underline{v} \sim \underline{\Omega} d\underline{V}$$

Die Richtung der induzierten Geschwindigkeit  $\underline{v}$  steht senkrecht auf den Vektoren  $\underline{\Omega}$  und  $\underline{r}$

$$d\underline{v} \sim \underline{\Omega} \times \underline{r}$$

Für einen Volumenstrom durch eine beliebige Fläche gilt immer  $V = \int \underline{v} \, d\underline{A}$  und längs einer beliebigen geschlossenen Kurve gilt immer  $\Gamma = \int \underline{\Omega} \, d\underline{A}$ .

Zirkulation  $\Gamma = \int \underline{v} \, dx = \int \underline{\Omega} \, d\underline{A}$

Die Geschwindigkeit, die ein Element des Ringwirbelfadens im Aufpunkt P induziert ist gegeben mit:

Geschwindigkeitsgradient  $d\underline{v}(x_p, t) = (\Gamma/4 \cdot \pi) (d\underline{x}_Q \times \underline{r}) / r^3$

Geschwindigkeit  $\underline{v}(x_p, t) = (\Gamma/4 \cdot \pi) \int (d\underline{x}_Q \times \underline{r}) / r^3$

Der Beitrag dieser Geschwindigkeit zu Z-Komponente  $v_{zP}$  des Geschwindigkeitsvektors  $\underline{v}$  ist:

Geschwindigkeitskomponente  $dv_{zP} = dv \cdot \cos(a)$

mit  $\cos(a) = R / (R^2 + z^2)^{1/2}$  ist die Z-Komponente  $v_{zP}$  des Geschwindigkeitsvektors:

$$v_{zP} = dv \cdot \cos(a) = (\Gamma/4 \cdot \pi) \cdot (R / (R^2 + z^2)^{1/2}) \cdot (d\underline{x}_Q \times \underline{r}) / r^3$$

mit  $(d\underline{x}_Q \times \underline{r}) = r \cdot d\underline{x}_Q$  und  $d\underline{x}_Q = R \cdot d\beta$  und  $r = (R^2 + z^2)^{1/2}$  und der Integration über die Kreislinie  $\{0 \dots 2\pi\}$  folgt:

$$v_{zP} = (\Gamma/2) \cdot (R^2 / (R^2 + z^2)^{3/2})$$

DrH: Du brauchst jetzt überhaupt nicht lange herum zu lamentieren. Ich weiß genau, was Du uns nun erzählen willst.

HHD: Ich glaube, ich weiß es auch. Das wird ein sehr länglicher Text. „The Vortex Coil“. Bevorzugt vorgetragen bei romantischen Sonnenuntergängen an südlichen Stränden. Lass uns mal die Segel runternehmen.

MiD: Nein, weißt Du nicht. Und ja, es stimmt; ein länglicher Text. Ihr habt gewonnen.

Unser Segelturn neigt sich dem Ende. Hasselwerder liegt back, der Großbaum ist schon in der Dirk, das Segel wird zusammengelegt. Es herrscht Plauderton.

MiD: Hast Du eigentlich noch Deine SR 500? Die müsste jetzt auch schon ein H-Kennzeichen haben?

DrH: Ja, nein. Baujahr 79. Aber ein H-Kennzeichen ist immer unvorteilhaft. Ich glaube, man muss dann ein Fahrtenbuch führen; und für die paar Euronen Steuerersparnis? Sie macht mir aber laufend Ärger mit ihrer Zündung.

- MiD: Oh, gutes Thema. Die Zündspule ist mein Lieblings-Instationär-Effekt-Beispiel. Jetzt bekommen wir ihn also doch noch zu fassen, den Katzmayr.  
Hast Du Dich schon mal gefragt, warum beim Zünden die Zündnocke den Kontakt öffnet, und nicht etwa schließt.
- DrH: (holt tief Luft) Wie jeder weiß, bricht dann das Magnetfeld zusammen und es entsteht ein Funke. Wieso?
- MiD: Genau das ist vielleicht dem alten Knoller passiert, als er den „negativen Widerstand“ am eigenen Leibe erlebt hat. Nur eben nicht mit einer Zündspule, sondern ...
- DrH: Du meinst....?
- MiD: Ja, denn beim Zusammenbruch des magnetischen Feldes um die Primärwicklung der Zündspule wird in der Sekundärwicklung eine sehr hohe Spannung induziert. Beim Zusammenbruch einer fluidmechanischen Wirbelspule wird in Analogie zum elektrodynamischen Phänomen im Kern dieser Spirale eine rotorfreie Strömung induziert.

Verallgemeinernd wird unter der elektromagnetischen Induktion das Entstehen eines elektrischen Feldes als Folge der Änderung der magnetischen Flussdichte verstanden. Die elektromagnetische Induktion wurde 1831 von Michael Faraday<sup>15</sup> entdeckt. Bei der durch die Änderung der magnetischen Flussdichte auftretenden Spannung handelt es sich um eine so genannte Umlaufspannung oder Induktionsspannung, die durch geschlossene elektrische Feldlinien (Wirbelfeld) dargestellt wird, in Unterschied zu einem Potentialfeld etwa. Größe und Gradient der Induktionsspannung ist gekennzeichnet dadurch und steigt (1) je schneller sich der räumliche Anteil des von der Spule umfassten Magnetfeldes ändert, (2) je stärker sich das von der Spule umfasste Magnetfeld ändert und (3) je schneller die Änderung der Stärke des Magnetfeldes erfolgt.

- DrH: Vorhin, also vor Hasselwerder, ich meine südlich davon, hast Du ja – war es nicht so? - das Gesetz von Biot und Savart<sup>16</sup> zitiert.
- MiD: Stimmt. Das du ja nicht mehr lesen brauchst und es vorsichtshalber hast über den See flattern lassen.
- DrH: Wir haben es ja wieder eingesammelt, Du Umwelt-Jesus. So kommst Du vielleicht doch noch in den Himmel. Zu Deinem Katzmayr.
- MiD: Ich hätte Dir gerne eine wirklich nette Tabelle gezeigt. Aber so bleibt mir nur, hier vor Hasselwerder!, die fluidmechanische Analogie zum elektrodynamischen Phänomen des „zusammenbrechenden Magnetfelds in einer elektrischen Induktions-Spule“ zu postulieren.

---

<sup>15</sup> Michael Faraday, \* 22. 9. 1791 in Newington, Surrey; † 25. 8. 1867 in Hampton Court Green, Middlesex. Faraday war englischer Naturforscher und gilt als einer der bedeutendsten Experimentalphysiker. Als grundlegend gelten die Entdeckungen der „elektromagnetischen Rotation“ und der elektromagnetischen Induktion. Seine anschaulichen Deutungen des Diamagnetismus mittels Kraftlinien und Feldern führten zur Entwicklung der Theorie des Elektromagnetismus.

<sup>16</sup> Jean-Baptiste BIOT wurde am 21. April 1774 in Paris geboren und starb am 3. Februar 1862 ebenda. 1797 wurde er Professor für Mathematik an der École Centrale in Beauvais, im Jahr 1800 Professor der Physik am Collège de France in Paris, sowie 1809 Professor der Astronomie.

HHD: Ein historischer Moment.

DrH: Wie soll – Deiner Meinung nach – die fluidmechanische Wirbelspule denn zusammenbrechen?

Halt. Ich weiß es selbst.

Aber wir wissen es nicht. Oder jedenfalls nicht so genau. Die elektromagnetische Induktion wird dadurch erklärt, dass in der Spule bei Ein- und Ausschalten durch die dabei entstehenden Flussänderungen eine Spannung induziert wird, die nach der Lenzschen Regel ihrer Ursache entgegen wirkt. Die so genannte „Selbstinduktion“ tritt dann auf, wenn Feld- und Induktionsspule identisch sind. Ein Beispiel: Eine Spule mit der Länge  $L$  hat  $n$  Windungen. Es fließt ein Strom der Stärke  $I$  und in der Spule tritt mit einem konstanten Proportionalitätsfaktor  $\mu$  der magnetischen Leitfähigkeit oder Permeabilität, ein Magnetfeld der Stärke  $B$  auf:

Magnetische Feldstärke	$B$	$= \mu n I / L$	$[A m^{-1}]$
Magnetischer Fluss	$\Phi$	$= B A = \mu A n I / L$	$[Wb]$
Induktionsspannung	$U_{ind}$	$= -n d\Phi = -n \mu A n dI / L$	$[V]$
	$U_{ind}$	$= S dI$	$[V]$
mit	$S$	$= \mu A n^2 dI / L$	$[H]$
magnetische Feldenergie	$W$	$= \frac{1}{2} S dI^2$	$[W]$
magnetische Leitfähigkeit	$\mu$		$[-]$

Eine Induktionsspannung tritt bei (plötzlicher, rascher) Änderung des magnetischen Flusses durch eine orientierte Fläche  $A$  auf, aber die einzige veränderliche Größe in dieser Form ist die Stromstärke  $I$ . Der konstante Faktor vor der Stromstärkeänderung ist die Induktivität  $S$  der Spule, eine für Spulen charakteristische Größe. Die in der Spule gespeicherte Arbeit ist die magnetische Feldenergie  $W$ . Trägt man Erkenntnisse zur elektromagnetischen Induktion zusammen, ergibt sich ein Beobachtungsrahmen für eine fluidmechanische Analogie zu dem kollabierenden Magnetfeld in einer elektrischen Spule. Dort wird eine Spannung induziert, wenn sich das Magnetfeld ändert. Das Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters (einer stromdurchflossenen Leiterspule) ist in der Lage, Arbeit an einem (magnetisierbaren) Körper zu verrichten, wenn dieser sich im Magnetfeld befindet. Eine stromdurchflossene Leiterspule bildet ein nichthomogenes magnetisches Feld aus. In einem nichthomogenen Magnetfeld ist die Feldstärke örtlich verschieden. Die Feldlinien liegen unterschiedlich dicht.

Betrachten wir zum Abschluss nun ein paar Sätze der Elektrotechnik, die später auf Strömungsmechanik angewendet werden könnten:

(1) Selbstinduktion: An einer Spule wird beim Einschalten eines durch ihre Windungen fließenden Gleichstroms zwischen ihren Enden selbst eine Gegenspannung erzeugt.

(2) Die Energie, die in einem Magnetfeld gespeichert ist, kann beim Zusammenbrechen dieses Feldes nicht ohne weiteres verschwinden. Sie wird vielmehr in elektrische Energie umgewandelt, die sich im Auftreten einer hohen Selbstinduktionsspannung zeigt.

(3) Die Selbstinduktionsspannung ist besonders hoch, wenn die Spule viele Windungen (und einen geschlossenen Eisenkern) besitzt und der Stromfluss möglichst groß ist.

(4) Ändert sich (innerhalb einer bestimmten Zeitspanne) die Stärke des Stroms, der die Windungen einer Spule durchfließt, so ändert sich auch die Dichte der Feld-Linien des magnetischen Feldes.

(5) Eine sich ändernde Dichte der Feldlinien induziert (selbst) eine Spannung (Selbstinduktionsspannung) in der Spule.

(6) Je größer die Änderung des Magnetfeldes und je schneller sie erfolgt, desto größer ist die (selbst) induzierte Spannung.

DrH: Der Zusammenbruch der Wirbelspule ist die logische Folge des Abbruchs der Zirkulation. Beispielsweise beim Stall. Hätten wir hier keinen Doppeldecker, würde der Pilot einfach nur einen Strömungsabriss erleben. Das ist zwar unangenehm, aber durchaus Alltag beim Fliegen. Na, gut. Es kommt so oft nicht vor, aber der Pilot kann damit umgehen.

Nun haben wir aber einen Doppeldecker. Und - angenommen Du hast recht - fliegt dieses Doppel-Tragflächen-Ding mit einer fluidmechanischen Wirbelspule.

MiD: Jetzt kommt die Änderung der Anströmbedingung und dann kommt der Einbruch der Zirkulation: Ploff, die Spule ist weg.

DrH: Aber die Energie ist noch da. Sie steckt noch im Fluid. Im Feld, quasi.

MiD: Sie steckt im Fluid und wenn es nicht allzu schnell von staten geht, dann sollte sie jetzt, so die Theorie, diese gespeicherte Energie als Schub in einem „Jet“ spürbar werden. Faszinierend, oder?

DrH: Mann, sei froh, dass Du mit so was nicht die Tägliche Brot verdienen musst.

MiD: Aber wir haben es geschafft.

DrH: Du. Du hast es geschafft, mich mit diesem Doppel-Ding noch zu Wasser vollzutexten.

MiD: Wie schön! Und Du konntest nicht flüchten. Es geschah vor Hasselwerder.

**Wriggen.** Mit sanftem Schaukeln gleiten wir in weitem Bogen langsam in den Hafen. Die Sonne blinzelt einen letzten Gruß durch die Baumwipfel. Abendmücken tanzen in goldenen Lichtstreifen. Das sind die heiligen Momente, die jeder Segler so liebt.

HHD: Schau mal, ein Wiener Walzer für den Katzmayer (wriggt, summt): eins, zwei und eins, zwei, und jetzt nur für den Micha: ... *Dein worried mind, HUUU-hu hu-huuuu, don't make me lu-uus ...*

DrH: Ja - richtig, ein Walzer, das stimmt. Fahr mal so weiter.

HHD: Ja wie denn sonst?

**Transiente Effekte.** Erfährt eine fluidmechanisch wirksame Tragflügelfläche eine plötzliche, rasche Änderung der Richtung ihrer Anströmung, kommt diese mit einer scheinbaren Vergrößerung des Anstellwinkels in einen Bereich mehr oder weniger spontaner Strömungsablösung. Der Auftrieb des Tragflügelsystems, bzw. die Querkraft sinkt schlagartig. Dieser Zustand wird als „Stall“ bezeichnet. Vom Tragflügel wird auch als Richtungsänderung der Strömung empfunden, wenn sich die Vertikal- und Horizontal-Komponenten des Geschwindigkeitsvektors schnell ändern und damit der Anstellwinkel des Profils des Tragflügels gegenüber der resultierenden (scheinbaren) Anströmung variiert. Stall kann also auftreten, wenn sich eine oder beide Komponenten des Geschwindigkeitsvektors ändern. Die Produktion des Randwirbels dieser Tragfläche ist physikalisch mit der Ursache der Querkraft verknüpft. Die Zirkulation ist eine Funktion der scheinbaren Anströmgeschwindigkeit, die sich vektoriell aus der Summe aller Tangential- und der Vertikalgeschwindigkeit ergibt, des fluidmechanischen Querkraftgebarens des Tragflügels, dargestellt durch den Auftriebskoeffizienten und der Tragflächentiefe. Im stationären Fall ist die Zirkulation des Randwirbelfadens verantwortlich für einen in der Umgebung (des Wirbels) induzierten Geschwindigkeitsanteil der Strömung. Herrscht am Querkraft generierenden fluidmechanischen System der Stall-Zustand, bricht die Querkrafterzeugung am Tragflügel zusammen. Nun wird auch die Zirkulation des Randwirbelfadens sehr klein oder geht gegen Null. Die Energie, die im bis dahin generierten Wirbelfeld gespeichert ist, kann beim Zusammenbruch dieses Feldes nicht ohne weiteres verschwinden. Sie wird vielmehr in Bewegungsenergie umgewandelt, die sich als „Selbstinduktionsgeschwindigkeit“ äußert und wird wirksam wird, als Komponente des in der Umgebung des Wirbels induzierten Geschwindigkeitsanteils der Strömung. Es ist also letztendlich der Stallprozess an der Tragfläche, der über den von einem Kollaps der Querkraft getragenen Einbruch der Zirkulation des Wirbelfadens, einen Anteil zu der in der Strömung induzierten Geschwindigkeit beiträgt. Je nach der im Wirbelfeld gespeicherten Arbeit (Wirbelenergie), sollte die vektorielle Geschwindigkeitsänderung auch groß sein. Die aufgrund von „Stall“ induzierte Geschwindigkeitsinduktion ist ein nichtstationärer Vorgang. Der Stall produziert eine lokale „Jetströmung“. Das Phänomen produktiver Zirkulationsgradienten bei der durch Stall induzierten, instationären Jetströmung (stiiJET) kann einmalig auftreten oder zeitlich variant, periodisch-intermittierend oder stochastisch verlaufen [Die13-9]. Die Phänomenologie der Wirbelspirale legt nun den Schluss nahe, dass auch im transienten Fall die durch Stall induzierten Geschwindigkeitsbeiträge der Jetströmung entlang und in Richtung der Symmetrieachse der Wirbelfadenspirale wirksam werden.

Der messtechnische Aufbau und der strukturelle Aufwand um fluidmechanische Wirbelspulen im Labor darzustellen ist durchaus nicht trivial und die Zeiten, da man den Nachweis einer Jetströmung noch mit einer Fadensonde führen konnte und dies Seitens der Wissenschaft Akzeptanz fand, sind endgültig vorbei. Gleichzeitig zeigt sich, dass derzeit unsere modernen Methoden und Instrumente, etwa die Simulation mit Computermodellen (CFD) jene nichtstationären Effekte noch nicht in der erwünschten Weise abbilden oder die Phänomenologie der fluidmechanischen Wirbelspulen in eine saubere Theorie zu überführen in der Lage sind. Wahrscheinlich sind erstens die strömungsmechanischen Zusammenhänge zu komplex, zweitens scheint sich heute auch niemand ernsthaft für diese Vorgänge zu interessieren, drittens sind mögliche technische Anwendungen nur mittelbar auszumachen. Wir befinden uns also in einer Zwischenzeit.

Und wer außer einem Narren würde wohl einen „den transienten Wirbelspulen-Effekt nutzenden“ Yachtkiel in Doppeldeckerkonfiguration entwickeln wollen?

**Epilog:** Diese Geschichte ist natürlich frei erfunden. Die Darsteller aber gibt es in Wirklichkeit. Heide alias HHD, mich und etliche Freunde, die zusammen den DrH darstellen. Von uns allen ist Heide die wahre Seglerin, ein wunderbar wilder Mensch; oder um es mit Neil Young zu sagen, LIKE A HURRICANE<sup>17</sup>. Während ich bekanntlich eher nur rede und rede. Die SÖVIND ist tatsächlich unser Andersort, ein Heterotop in Sinne Foucaults<sup>18</sup>. Gelebt, bedeutet dies viel. Der See, Berlin Tegel und der kleine Hafen sind sehr real. Hasselwerder<sup>19</sup> schließlich ist eine winzige Insel im Tegeler See und in meinen Geschichten eine Metapher für das Unferne und die (meine) Einfalt. Während Kammeraden die Weltenmeere besegelt und so manches Horn schon umrundet haben, schafft es der Michel nur rund Hasselwerder, heißt es. Gleichzeitig - und aus meiner närrischen, hedonistischen Sicht betrachtet - ist „rund Hasselwerder“ eine starke Position. Als Bühne und Werkstatt. Als Labor. Rund Hasselwerder entstehen meine heiklen Hypothesen, hier brodeln die noch vagen Theorien, ergreift das Schlechtstrukturierte mehr und mehr meiner Besitz: „I'm about to lose my worried mind“<sup>20</sup>.

Berlin im Herbst 2014.

---

<sup>17</sup> "Like a Hurricane" is a song written by Neil Young in 1975 and first released on the album American Stars 'n Bars in 1977.

<sup>18</sup> Michel Foucault. Heterotopie (aus gr. hetero (anders) und topos (Ort)) ist ein von Michel Foucault in einer frühen Phase (1967) seiner Philosophie verwendeter Begriff für Räume bzw. Orte und ihre ordnungssystematische Bedeutung, welche die zu einer Zeit vorgegebenen Normen nur zum Teil oder nicht vollständig umgesetzt haben oder die nach eigenen Regeln funktionieren. Foucault nimmt an, dass es Räume gibt, die in besonderer Weise gesellschaftliche Verhältnisse reflektieren, indem sie sie repräsentieren, negieren oder umkehren; er sagt: "Bordelle und Kolonien sind zwei extreme Typen der Heterotopie, und wenn man daran denkt, dass das Schiff ein schaukelndes Stück Raum ist, ein Ort ohne Ort, der aus sich selber lebt, der in sich geschlossen ist und gleichzeitig dem Unendlichen des Meeres ausgeliefert ist und der, von Hafen zu Hafen, von Ladung zu Ladung, von Bordell zu Bordell, bis zu den Kolonien suchen fährt, was sie an Kostbarstem in ihren Gärten bergen, dann versteht man, warum das Schiff für unsere Zivilisation vom 16. Jahrhundert bis in unsere Tage nicht nur das größte Instrument der wirtschaftlichen Entwicklung gewesen ist, sondern auch das größte Imaginationsarsenal. Das Schiff, das ist die Heterotopie schlechthin. In den Zivilisationen ohne Schiff versiegen die Träume, die Spionage ersetzt das Abenteuer und die Polizei die Freibeuter." Michel Foucault

<sup>19</sup> Hasselwerder ist die nördlichste Insel im zum Berliner Bezirk Reinickendorf gehörenden Tegeler See. Sie ist rund 300 Meter lang und 60 Meter breit, und weist eine Fläche von 12.321 m<sup>2</sup> auf.

<sup>20</sup> Aus "Since I've Been Loving You". Ein Song der englischen Band Led Zeppelin, veröffentlicht 1970 auf dem LP-Album Led Zeppelin III. Eigentlich ein Blues, wird er auf der SÖVIND gerne als Walzer gesungen.

## Weiterführende Literatur und Bibliographie

- [Abbo-59] Ira H. Abbott, Albert E. von Doenhoff; (1959) Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data. Dover Publications, New York
- [Betz-12] Betz, Albert; (1912), Ein Beitrag zur Erklärung des Segelfluges. Zeitschrift für Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt 3 (1912), S. 269-272.
- [Bos-27] Bose, N., K., Prandtl, L. (1927). Beiträge zur Aerodynamik des Doppeldeckers. In: ZAMM, Bd. 7, 1927, Heft 1, S. 1 -9.
- [Die14-4] Dienst, Mi.(2014) Vortex coil effect-use rig for sailing surfboards. In: Transactions in Bionic Patents, Vol.: 08. GRIN-Verlag GmbH München, ISBN: 978-3-656-70477-5
- [Die13-9] Dienst, Mi.(2013). About Stall induced instationary Jetstreams (StiiJETs). GRIN-Verlag GmbH München, ISBN (Buch):978-3-656-57532-0.
- [Die13-8] Dienst, Mi.(2013). Beitrag zur Phänomenologie der fluidmechanischen Wirbelspirale. GRIN-Verlag GmbH München, ISBN (Buch): 978-3-656-55394-6.
- [Die13-2] Dienst, Mi.(2013) Tragflügel mit periodisch wechselnder Strömungsbeaufschlagung. Anmerkungen zum Katzmayer-Effekt, GRIN-Verlag GmbH München, ISBN (Buch) 978-3-656-44284-4.
- [Hans-07] Hansen, H., Richards, P.J. and Jackson, P.S., Enhanced Wind Tunnel and Full-Scale Sail Force Comparison, *The 18<sup>th</sup> Chesapeake SailingYacht Symposium, Annapolis.*
- [Hau-03] Hau, E. (2003): Bauformen von Windkraftanlagen. In: Windkraftanlagen, Springer Berlin, Heidelberg, S. 65-78. ISBN: 978-3-662-10949-6.
- [Katz-22-2] Katzmayer, R. (1922). Effect of periodic Changes of Angle of Attack on Behavior of Airfoils Technical notes No. 147 (03.1922), National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) Massachusetts Institute of Technology
- [Katz-22] Katzmayer, R. (1922). Über das Verhalten der Flügelflächen bei periodischen Änderungen der Geschwindigkeitsrichtung, Zeitschrift für Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt Heft 6, 13. Jg., S. 80-82.
- [Katz-01] Katz, J. Plotkin, A. (2001) Low-Speed Aerodynamics (Cambridge Aerospace Series) Cambridge University Press; 2 edition
- [Knol-09] Knoller, Richard; (1909), Die Gesetze des Luftwiderstandes. Flug- und Motortechnik (Wien) 3 (1909), Nr. 21, S. 1-7,
- [Knol-13] Knoller, Richard(1913), Zur Theorie des Segelfluges. Zeitschrift für Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt 4 (1913), S. 13-14.
- [Ober-25] Ober, Shatswall (1925), Note on the Katzmayer Effect on Airfoil drag. Technical notes No. 214 (02.1925), National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) Massachusetts Institute of Technology.
- [Pra-19] Prandtl, L. (1919) Merhdeckertheorie. In: Nachrichten der k. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen. 1919, S. 107-137.
- [Schl-67] Schlichting, H., Truckenbrot, E. (1967) Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1, Springer Verlag
- [Schl-00] Schlichting, H. (2000) Boundary-Layer Theory, Springer ISBN 3540662707
- [Tous-24] Toussaint, Kerneis, Girault, (1924), Experimental Investigation of the Effect of an oscillating Airstream (Katzmayer Effect) on the Characteristics of Airfoils. Technical notes No. 202 (02.1925), National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) Massachusetts Institute of Technology.

**Anhang 1:**

Das Gesetz von Biot und Savart betreffenden Symbole, Größen und ihre Einheiten in der Elektrotechnik und in der Strömungsmechanik					
Elektrotechnik			Strömungsmechanik		
Symbol		Einheit	Symbol		Einheit
<b>S</b>	Elektrostatische Kraftlinien		<b>S</b>	Stromlinien im Strömungsfeld	
<b>I</b>	<b>Stromstärke</b> des Stromleiters	A	<b>Γ</b>	<b>Zirkulation</b> des Wirbelfadens	$m^2 s^{-1}$
<b>Q</b>	Quelle der magnetischen Induktion		<b>Q</b>	Quellpunkt der Wirbelinduktion	
<b>P</b>	Aufpunkt der magnet. Induktion		<b>P</b>	Aufpunkt der Wirbelinduktion	
<b>H</b>	<b>Feldstärke</b> , induzierte magnetische	$A m^{-1}$	<b>v</b>	<b>Geschwindigkeit</b> , induzierte	$m s^{-1}$
<b>r</b>	Ortsvektor (Quelle-Aufpunkt)	m	<b>r</b>	Ortsvektor (Quelle-Aufpunkt)	m
<b>s</b>	Längenkoordinate (Stromleiter)	m	<b>s</b>	Längenkoordinate (Wirbelfaden)	m
<b>ds</b>	Magnetische Feldlinienelement	m	<b>ds</b>	Wirbelfadenelement	m
<b>q</b>	Elektrische Ladung			räuml. Quell- u. Senkenströmung	
<b>dH(r)</b>	Änderung der Feldstärke $dH(r) = I \cdot (ds \times r) / 4\pi r^3$	$A m^{-1}$	<b>dv(r)</b>	Geschwindigkeitsgradient $dv(r) = \Gamma \cdot (ds \times r) / 4\pi r^3$	$m s^{-1}$
<b>H(r)</b>	Induziertes magnetisches Feld <u>H</u> um einen geraden, stromdurchflossenen Leiter: $H(r) = I / (2 \pi r)$	$A m^{-1}$	<b>v(r)</b>	Induziertes Geschwindigkeitsfeld <u>v</u> eines (ebenen) Potentialwirbels : $v(r) = \Gamma / (2 \pi r)$	$m s^{-1}$
Das Gesetz von Biot und Savart für spiralenförmige Leiter (Elektrotechnik) und Wirbel (Strömungsmechanik)					
<b>n/2π</b>	Windungszahl einer elektr. Spule		<b>n/2π</b>	Windungszahl einer Wirbelspirale	
<b>L</b>	Länge der elektrischen Spule	m	<b>L</b>	Länge der Wirbelspirale	m
<b>H</b>	Ein elektr. Leiter, der von einem Strom I durchflossen wird, induziert ein Magnetfeld der Stärke H	$A m^{-1}$	<b>v</b>	Ein Wirbelfaden, der sich mit der Intensität Γ dreht, induziert ein Geschwindigkeitsfeld <u>v</u>	$m s^{-1}$
<b>H</b>	Magnetisches Feld einer elektrischen Spule: $H = I \cdot n / L$	$A m^{-1}$	<b>v</b>	Geschwindigkeitsfeld einer Wirbelspule $v = \Gamma \cdot n / L$	$m s^{-1}$
<b>H</b>	Wird ein elektrischer Leiter zu einer Spirale (Spule) gewunden, konzentriert sich das Magnetfeld H	$A m^{-1}$	<b>v</b>	Ist ein Wirbelfaden als Spirale gewunden, wird das Geschwindigkeitsfeld <u>v</u> konzentriert.	$m s^{-1}$

**Anhang 2:**

Ein ursprünglich als Blues gedachter Wiener Walzer für Hasselwerder und die nähere Umgebung:

**Since I've Been Loving You. Lyrics by Page and Plant**

I been a-workin' from seven, baby, to eleven ev'ry night  
 It really makes life a drag  
 I don't think that's right  
 I've really b-b-been b-b-b-b-b-b-best of fools, ohhh ohhh  
 Yeah, but you know I did what I could, yeah-oh  
 Said oh, I love you, baby  
 Oh, I love you, baby  
 Oh, I love you  
 Little girl, ohhh  
 But baby, since I've been loving you, yeah  
 Im about to lose, oh, oh, my worried mind



# BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei [www.GRIN.com](http://www.GRIN.com) hochladen  
und kostenlos publizieren

